

A Textbook of Strength of Materials

by Er. R.K. Rajput · Language: FR

Summary by booksummaryai.com —

<https://booksummaryai.com/country/fr/a-textbook-of-strength-of-materials-resume>

Summary

En 60 secondes

Le manuel de R.K. Rajput vous fait parcourir toute la grammaire de la mécanique des structures : contraintes, déformations, flexion, torsion, flèche, poteaux, ressorts, assemblages et cylindres. Chaque chapitre prend un cas de chargement et vous remet la formule qui le régit, démontrée à partir des premiers principes. Vous apprenez pourquoi les fibres extérieures d'une poutre supportent la contrainte maximale alors que le centre n'en supporte presque aucune, pourquoi une charge soudaine double la contrainte, et pourquoi la formule d'Euler pour les colonnes s'effondre pour les poteaux courts. Au bout du compte, vous savez dimensionner un arbre, un rivet ou un réservoir sous pression et savoir exactement quel mode de rupture arrivera le premier.

Pourquoi le lire

Chaque pont, chaque arbre, chaque ressort et chaque chaudière du monde repose sur les formules que ce livre démontre. Si vous êtes un étudiant en ingénierie face aux examens, un ingénieur praticien qui rafraîchit ses fondamentaux, ou un esprit curieux qui veut savoir ce qui maintient réellement les structures debout, voici le matériau source. C'est dense, procédural et sans excuse mathématique — la récompense est une compétence réelle, pas l'inspiration.

Les idées clés

La contrainte est la résistance silencieuse du corps

Le premier chapitre s'ouvre sur une définition — la contrainte est « la force de résistance par unité de surface, opposée par un corps à la déformation ». Tirez sur une barre, et ses fibres internes résistent ; divisez cette résistance par l'aire de la section transversale, et vous obtenez la contrainte. Divisez l'allongement par la longueur initiale, et vous obtenez la déformation. Puis la loi de Hooke entre en scène : dans les limites élastiques, la contrainte est proportionnelle à la déformation, et la constante qui les relie est le module de Young. Le chapitre donne aussi le coefficient de Poisson — « le rapport de la déformation latérale à la déformation longitudinale », fixé à 0,3 pour l'acier doux — ainsi que les relations $E = 2G(1+\mu)$ et $E = 3K(1-2\mu)$.

La contrainte est la grandeur que les ingénieurs peuvent réellement calculer et comparer aux limites du matériau. Le module de Young est l'empreinte de rigidité du matériau — le même nombre, que la barre soit épaisse ou fine, longue ou courte. Et la relation entre les trois

constantes signifie qu'il suffit jamais de mesurer deux propriétés élastiques ; la troisième s'en déduit. Tout ce qui suit dans les chapitres restants repose sur ce vocabulaire.

À essayer: Prenez n'importe quel objet suspendu chez vous, estimez son poids et la section de ce qui le soutient, et calculez vous-même la contrainte en N/mm^2 .

Deux contraintes perpendiculaires se rencontrent, et Mohr en dessine la réponse

Un point dans un matériau chargé reçoit rarement une traction simple et nette. Le livre considère deux contraintes directes à angle droit — 80 N/mm^2 en traction et 40 N/mm^2 en compression — plus une contrainte de cisaillement de 30 N/mm^2 , toutes agissant simultanément. Quel plan à l'intérieur du matériau est le plus en danger ? Le livre construit le cercle de Mohr, une méthode graphique où l'état de contrainte de chaque plan devient un point, et le cercle passant par ces points révèle les extrêmes. Les contraintes principales sont 90 N/mm^2 en traction et -50 N/mm^2 en compression, avec une contrainte de cisaillement maximale de 70 N/mm^2 . Les plans principaux, explique le livre, sont les plans sur lesquels la contrainte de cisaillement est nulle — les orientations où le matériau ne subit que traction pure ou compression pure.

Les contraintes sur les plans inclinés se transforment, et la combinaison la plus défavorable peut dépasser chacune des contraintes directes initiales. Le cercle de Mohr transforme cette algèbre en géométrie : le rayon donne le cisaillement maximal, les extrêmes donnent les contraintes principales. Une fois que vous savez trouver les plans principaux, vous savez où un matériau fragile se fissurera et où un matériau ductile cédera — avant même d'avoir testé une éprouvette.

À essayer: Esquissez le cercle de Mohr pour cet exemple 80/40/30 sur du papier millimétré et mesurez le rayon — il devrait ressortir à 70 N/mm^2 .

Effort tranchant et moment fléchissant : le journal secret de la poutre

Avant de pouvoir concevoir une poutre, il faut l'interroger section par section. Le livre vous apprend à trancher une poutre chargée en n'importe quel point et à lire deux nombres. L'effort tranchant en une section est « la somme algébrique des forces verticales agissant de part et d'autre de la section ». Le moment fléchissant est « la somme algébrique des moments de toutes les forces agissant de part et d'autre de la section ». Un moment fléchissant qui fait fléchir la poutre compte positif ; un moment qui la fait cambrer compte négatif. Tracez ces valeurs le long de la poutre et vous obtenez les diagrammes d'effort tranchant et de moment fléchissant.

Chaque fissure dans une poutre réelle, chaque choix de section, chaque emplacement d'un raccord remonte à l'endroit où l'effort tranchant et le moment fléchissant culminent. Les conventions de signes encodent quelle face de la poutre est en traction et laquelle est en compression, ce qui détermine où va le ferrailage dans le béton ou où un semelage compte dans l'acier. Apprenez à tracer ces diagrammes vite, et le reste de la théorie des poutres devient de la comptabilité.

À essayer: Prenez une étagère simplement appuyée avec des livres comme charge et esquissez à la main son diagramme de moment fléchissant, en marquant le pic.

La formule de la flexion : pourquoi la peau d'une poutre fait le gros du travail

L'ouvrage établit la théorie de la flexion simple à partir d'un ensemble d'hypothèses, aboutissant à la formule de la flexion : $M/I = \sigma/y = E/R$. Le moment fléchissant divisé par le moment d'inertie égale la contrainte de flexion divisée par la distance à l'axe neutre, égale le module de Young divisé par le rayon de courbure. La contrainte de flexion croît avec y , la distance à l'axe neutre. Les fibres tout en haut et tout en bas d'une poutre supportent la contrainte maximale ; le matériau au centre n'en supporte presque aucune. De là, l'ouvrage construit le module de flexion, $Z = I/y_{\text{max}}$, pour les sections rectangulaires, circulaires et en I — la propriété unique qui vous indique la contrainte de flexion maximale qu'une forme donnée peut supporter pour un moment donné.

Puisque la région de l'axe neutre ne contribue presque rien à la résistance à la flexion, les ingénieurs déplacent le matériau loin du centre, vers les semelles, obtenant un module de flexion maximal pour un poids minimal. Une poutre plus profonde l'emporte sur une poutre plus large : I croît avec le cube de la profondeur. Les hypothèses de la théorie méritent d'être connues, car elles marquent les limites au-delà desquelles la formule cesse d'être fiable.

À essayer: Comparez le module de flexion d'une règle plate posée à plat et d'une règle dressée sur chant — la règle sur chant l'emporte de plusieurs ordres de grandeur.

La contrainte de cisaillement se cache à l'axe neutre

La flexion accapare toute l'attention, mais les poutres subissent aussi du cisaillement, et l'ouvrage établit sa formule de distribution : $\tau = F \cdot A \cdot \bar{y} / (I \cdot b)$, où F est l'effort tranchant, A l'aire au-dessus de la section, $\bar{y}$ la distance du centroïde de cette aire à l'axe neutre, I le moment d'inertie et b la largeur de la section. Appliquez-la sur toute la hauteur d'une poutre rectangulaire et le résultat est une parabole : la contrainte de cisaillement varie paraboliquement, gonflant jusqu'à son maximum à l'axe neutre et s'effaçant à zéro sur les surfaces supérieure et inférieure. L'ouvrage quantifie le pic pour une section rectangulaire — la contrainte de cisaillement maximale se produit à l'axe neutre et égale 1,5 fois la contrainte de cisaillement moyenne. Il trace ensuite la même variation pour les poutres à section circulaire et en I.

Une poutre peut rompre à des endroits différents selon la sollicitation dominante — les poutres courtes et profondes cisailent, les poutres longues et élancées fléchissent. Dans un rectangle, utiliser la contrainte de cisaillement moyenne sous-estime le pic réel. Le traitement des sections circulaires et en I complète le tableau.

À essayer: Dessinez la distribution parabolique du cisaillement sur la hauteur d'une poutre rectangulaire et marquez où tombe 1,5×la moyenne.

Torsion : le test de torsion de l'arbre

Un arbre rotatif transmettant un couple est soumis à un régime complètement différent, et l'ouvrage bâtit sa théorie avec le même soin : d'abord les hypothèses, puis la formule de torsion $T/J = \tau/r = G\theta/L$. Le couple divisé par le moment d'inertie polaire égale la contrainte de cisaillement divisée par le rayon, égale le module de rigidité multiplié par l'angle de torsion divisé par la longueur. Le moment d'inertie polaire d'un arbre plein circulaire est $J = (\pi \cdot d^4)/32$; pour un arbre creux, $\pi(D^4 - d^4)/32$. La contrainte de cisaillement varie là encore linéairement avec le rayon : nulle au centre, maximale à la surface.

Le matériau proche du centre ne contribue presque rien à J , de même que le matériau proche de l'axe neutre contribue peu à I en flexion — c'est pourquoi les arbres creux peuvent être efficaces. La formule dédouble aussi le problème — résistance (τ à la surface) et rigidité (θ sur la longueur) — et un arbre assez résistant peut encore être trop sujet à la torsion, ce qui compte dans les machines de précision.

À essayer: Torsadez une fine tige de plastique et une plus épaisse du même angle, et sentez à quel point le couple requis change d'échelle.

Flèche : de combien une poutre s'affaisse, et où

L'ouvrage vous dote de trois méthodes pour déterminer la flèche : la double intégration, la méthode de Macaulay et la méthode de l'aire du moment. Pour le cas classique — une poutre simplement appuyée avec une charge ponctuelle centrale W — l'ouvrage donne le résultat standard : flèche maximale $WL^3/(48EI)$ à mi-portée.

La flèche croît avec le cube de la portée et seulement linéairement avec la charge. Doublez la portée et l'affaissement est multiplié par huit ; doublez la charge et il double simplement. La rigidité intervient via EI , si bien que le choix du matériau et la profondeur comptent, mais la portée domine tout. C'est pourquoi la conception des grandes portées est d'abord un problème de rigidité et ensuite un problème de résistance — et pourquoi les trois méthodes existent : les poutres réelles portent plusieurs charges à plusieurs positions et il faut un chemin à travers l'algèbre.

À essayer: Mesurez l'affaissement d'une étagère, puis calculez $WL^3/(48EI)$ avec des valeurs estimées et voyez à quel point vous tombez juste.

Colonnes : l'élégante formule d'Euler et son angle mort fatal

La théorie d'Euler donne la charge critique pour différentes conditions d'extrémités ; pour une colonne articulée aux deux bouts, $P = (\pi^2 EI)/L^2$. La rigidité EI maintient la colonne debout, la longueur L la fait céder. Mais l'ouvrage est honnête sur les limites. La formule d'Euler suppose une géométrie parfaite et une charge purement axiale, et pour les colonnes courtes ou intermédiaires elle prédit des charges que le matériau ne peut réellement pas atteindre — la colonne s'écrase avant de flamber. L'ouvrage introduit donc la formule de Rankine pour les

colonnes intermédiaires : $1/P = 1/P_{\text{Euler}} + 1/P_{\text{écrasement}}$, avec la constante de Rankine pour l'acier doux donnée égale à $1/7500$.

La formule de Rankine fait le pont entre les deux régimes : les colonnes courtes suivent la résistance à l'écrasement, les colonnes longues suivent Euler, et la zone intermédiaire — où vivent la plupart des colonnes réelles — bénéficie d'une transition souple et sûre. Toute théorie élégante a un domaine de validité, et le bon génie consiste à savoir où il s'arrête. La formule d'Euler n'est pas fausse ; elle répond à une question sur l'élancement idéal que les colonnes réelles ne posent que parfois.

À essayer: Appuyez aux deux extrémités sur une règle en plastique fine et regardez-la se cintrer — c'est le flambage d'Euler qui se produit dans votre main.

Ressorts : l'énergie stockée dans un enroulement

L'ouvrage se tourne vers les ressorts hélicoïdaux, les distinguant en ressorts à spires jointives et à spires non jointives, et ajoute les ressorts à lames pour les suspensions de véhicules. Pour un ressort hélicoïdal à spires jointives soumis à une charge axiale W , la formule de la flèche est $\delta = (8WD^3n)/(Gd^4)$ — où D est le diamètre moyen de l'enroulement, n le nombre de spires, G le module de cisaillement et d le diamètre du fil. La contrainte de cisaillement dans le fil s'ensuit : $\tau = (8WD)/(\pi d^3)$. Le diamètre d'enroulement D intervient au cube, le diamètre du fil d à la puissance quatre. Ajoutez des spires et la flèche croît en proportion exacte ; épaississez le fil et le ressort se raidit farouchement.

Vous voulez de la flèche — c'est le travail du ressort, stocker l'énergie en se comprimant — mais vous devez maintenir la contrainte dans le fil sous la limite admissible. La puissance quatre du diamètre du fil signifie qu'un fil légèrement plus épais achète une énorme résistance mais tue la souplesse, si bien que les concepteurs ajustent plutôt le diamètre et le nombre de spires. La distinction entre spires jointives et non jointives compte, car les ressorts à spires non jointives ajoutent de la flexion au régime du fil, changeant entièrement l'analyse.

À essayer: Comparez les ressorts de deux stylos à bille : comptez les spires et l'épaisseur du fil, et prédisez lequel est le plus souple avant de tester.

Rivets et soudures : comment des pièces d'acier n'en deviennent qu'une

L'ouvrage dissèque les assemblages qui réunissent les pièces d'acier. Pour les assemblages rivetés, il catalogue les trois manières dont un assemblage meurt : la déchirure de la plaque entre les trous de rivets, le cisaillement des rivets eux-mêmes et l'écrasement de la plaque ou du rivet. Le rendement de l'assemblage est le rapport de la résistance de l'assemblage à la résistance de la plaque pleine — un nombre qui vous dit exactement combien de capacité vous avez sacrifiée pour réaliser la liaison. Puis viennent les assemblages soudés, soudures d'angle comme soudures bout à bout. Pour une soudure d'angle, l'ouvrage explique que l'épaisseur du gorge vaut 0,707 fois la dimension du côté, en supposant une section en triangle isocèle à 45° — la dimension critique là où la soudure est la plus faible.

Les assemblages sont le lieu où les structures idéalisées rencontrent la réalité inextricable. Une plaque n'est forte que comme les trous qu'on y a percés, et la notion de rendement impose une comptabilité honnête : chaque rivet est une soustraction au métal d'origine. Le facteur de gorge de 0,707 est un bel exemple de géométrie au service du génie — la plus petite section de la soudure n'est pas le côté que vous voyez, c'est la diagonale cachée à l'intérieur, et c'est là que la rupture commence. Les soudures bout à bout, en revanche, peuvent restaurer presque toute la résistance de la plaque lorsqu'elles sont correctement exécutées.

À essayer: Regardez une poutre de pont rivetée ou un portail en acier à proximité et comptez le motif des rivets — puis déduisez quel mode de rupture le concepteur craignait le plus.

Cylindres minces : la pression se partage en deux

Soumettez une enveloppe cylindrique à une pression interne et la paroi riposte sur deux fronts à la fois. L'ouvrage établit les deux contraintes : la contrainte circonférentielle $\sigma_h = (p \cdot d)/(2t)$ autour de la circonférence, et la contrainte longitudinale $\sigma_l = (p \cdot d)/(4t)$ le long de l'axe, où p est la pression, d le diamètre et t l'épaisseur. La contrainte circonférentielle vaut exactement le double de la longitudinale — c'est pourquoi la peau d'un saucisson se fend dans le sens de la longueur, et non autour. Le calcul suppose que l'épaisseur de la paroi est inférieure à $1/20e$ du diamètre ; au-delà, la contrainte radiale devient significative et vous avez franchi le territoire des cylindres épais, où les formules de paroi mince cessent discrètement d'être vraies. Pour les sphères minces, l'ouvrage établit une contrainte unique : $\sigma = pd/(4t)$.

Le rapport 2:1 entre contrainte circonférentielle et longitudinale est toute l'histoire de la conception des réservoirs sous pression. Il dicte où vont les soudures, pourquoi les recouvrements des chaudières rivetées étaient orientés le long de la circonférence, et pourquoi les réservoirs cylindriques cèdent comme ils le font. La valeur uniforme $pd/(4t)$ de la sphère — qui correspond à la contrainte longitudinale du cylindre — en fait le récipient sous pression idéal, d'où la forme ronde des submersibles profonds et des réservoirs sphériques de gaz. Et la limite d'épaisseur de $1/20e$ rappelle que chaque formule porte une date de péremption inscrite dans ses hypothèses.

À essayer: Pressez délicatement un raisin entre le doigt et le pouce et regardez-le se fendre dans le sens de la longueur — la contrainte circonférentielle à l'œuvre.

Cylindres épais : les constantes de Lamé et l'écrasement de la surface intérieure

Quand la paroi devient épaisse, la contrainte radiale ne peut plus être ignorée, et l'ouvrage recourt à la théorie de Lamé. Les contraintes radiale et circonférentielle à travers l'épaisseur de la paroi obéissent à deux équations élégantes : $\sigma_r = A - B/r^2$ et $\sigma_h = A + B/r^2$, où A et B sont des constantes déterminées à partir des conditions aux limites aux surfaces intérieure et extérieure. Les contraintes varient désormais avec le rayon r — elles ne sont plus uniformes dans la paroi, contrairement à ce que prétendaient les formules des cylindres minces. Et la répartition est déséquilibrée de la pire des manières : la contrainte circonférentielle maximale se produit à la

surface intérieure, exactement là où la pression attaque déjà le plus fort.

Les équations de Lamé révèlent une vérité inconfortable : épaissir la paroi d'un cylindre a des rendements décroissants, car la contrainte à la surface intérieure continue de grimper quel que soit le métal ajouté à l'extérieur. Le terme B/r^2 signifie que la contrainte chute rapidement avec le rayon : les couches extérieures d'une paroi épaisse paressent pendant que les couches intérieures sont à leur limite. C'est précisément pourquoi existent les tubes composés — des cylindres frettés l'un sur l'autre pour pré-comprimer la surface intérieure — et pourquoi les canons de fusil étaient construits en couches enroulées plutôt qu'en une masse pleine unique.

À essayer: Tracez $\sigma_h = A + B/r^2$ à travers une paroi épaisse et observez à quelle vitesse elle chute depuis l'alésage vers l'extérieur.

Charges excentrées et théories des défaillances

Chargez une colonne hors de son axe et l'ouvrage en montre la conséquence en une seule formule : $\sigma = P/A \pm (M \cdot y)/I$ — contrainte directe plus contrainte de flexion, combinées en chaque point. L'ouvrage traite aussi de l'énergie de déformation — « l'énergie emmagasinée dans un corps lorsqu'il est déformé dans les limites élastiques » — ainsi que de la résilience, de la résilience limite et du module de résilience, donnant $U = (\sigma^2/2E) \times \text{Volume}$ pour une charge progressive. La charge par impact change tout : la contrainte due à une charge soudaine est le double de celle due à une charge progressive. Enfin, les cinq théories de défaillance sont exposées — contrainte principale maximale (Rankine), contrainte de cisaillement maximale (Guest ou Tresca), déformation principale maximale (Saint Venant), énergie de déformation maximale (Haigh) et énergie de cisaillement maximale (Von Mises-Hencky) — avec la remarque que, pour les matériaux ductiles, c'est la théorie de la contrainte de cisaillement maximale qui est communément utilisée.

La règle du doublement pour les charges soudaines est la surprise la plus pratique de l'ouvrage : laissez tomber une charge sur une poutre au lieu de la poser, et la contrainte double instantanément — voilà pourquoi l'impact et la fatigue gouvernent les codes réels de conception. Les cinq théories de défaillance existent parce que les matériaux cèdent différemment : les fragiles suivent la contrainte principale, les ductiles suivent le cisaillement, et choisir la mauvaise théorie donne des coefficients de sécurité aberrants. La charge excentrée boucle la boucle avec le chapitre 1 — le même vocabulaire $\sigma = P/A$, désormais superposé à la flexion, parce que la réalité refuse de charger les choses proprement.

À essayer: Rattrapez un poids qui tombe dans votre paume, puis posez doucement le même poids — sentez le facteur deux dans vos os.

Les meilleures citations

- "la force de résistance par unité de surface, offerte par un corps contre la déformation" - le livre, chapitre 1

- "la somme algébrique des forces verticales agissant de part et d'autre de la section" - le livre, chapitres 3/4
- "la somme algébrique des moments de toutes les forces agissant de part et d'autre de la section" - le livre, chapitres 3/4
- "le rapport de la déformation latérale à la déformation longitudinale" - le livre, chapitre 1

Limites

C'est le manuel de travail d'un ingénieur, pas un récit — les démonstrations arrivent avec un minimum de narration physique, et les hypothèses derrière chaque formule méritent une discussion plus approfondie qu'elles n'en reçoivent. La numérotation des chapitres varie selon les éditions, ce qui peut frustrer les renvois croisés. Les méthodes de calcul modernes (analyse par éléments finis) sont absentes, si bien que le livre s'arrête là où la pratique contemporaine commence. Les unités et la notation suivent des conventions anciennes qui peuvent entrer en conflit avec les supports de cours actuels. Traitez-le comme une fondation rigoureuse à compléter, pas comme une éducation moderne complète.

En une phrase

Le destin de chaque structure est écrit dans une poignée de formules — contrainte, flexion, torsion, flambement — et ce livre démontre chacune à partir des hypothèses qui la rendent vraie.

Pour qui

Les étudiants en ingénierie qui ont besoin des démonstrations classiques derrière chaque question d'examen de résistance des matériaux, et les ingénieurs praticiens qui veulent les fondamentaux dans un seul volume rigoureux. Idéal aussi pour les autodidactes à l'aise avec le calcul différentiel qui veulent comprendre ce qui maintient réellement ensemble le monde bâti.